

## Penjadwalan *Batch* pada Dua Mesin Homogen untuk Meminimasi *Makespan*

Rinto Yusriski

Jurusan Teknik Industri  
Fakultas Teknik - Universitas Jenderal Achmad Yani

**Abstrak.** Prosedur *batching* atau teknik penjadwalan *batch* merupakan salah satu metoda yang banyak diterapkan dalam memecahkan masalah penjadwalan. Penelitian ini akan membahas pemecahan masalah penjadwalan *batch* pada dua mesin homogen dengan tujuan untuk meminimasi *Makespan*. Motivasi pemecahan masalah diangkat dari permasalahan yang terjadi pada perusahaan “MR” yang bergerak dalam produksi pakaian jadi. Fokus pembahasan masalah terdapat pada pesanan baju *eksklusif* yang merupakan pesanan baju dengan jumlah tertentu dan dalam pengerjaannya hanya bisa dikerjakan oleh dua orang tenaga kerja ahli. Masalah yang timbul dari penerapan metoda penjadwalan perusahaan adalah sering ditemukan pembebanan yang kurang seimbang antar operator dan berdampak pada panjangnya *lead time manufacturing (Makespan)* suatu order. Solusi penjadwalan *batch* pada masalah ini terletak pada menentukan jenis pekerjaan yang harus dipotong, ukuran pemotongan (ukuran *batch*) dan urutan penjadwalan pekerjaan pada setiap mesin. Hasil pengujian analitik menunjukkan bahwa algoritma penjadwalan usulan dapat mereduksi *Makespan* hingga 20% bila dibandingkan penjadwalan eksisting

**Kata kunci :** *Penjadwalan batch, dua mesin homogen, Makespan*

### 1 Pendahuluan

Baker (1974) mendefinisikan penjadwalan sebagai proses pengalokasian sumber daya dalam jangka waktu tertentu untuk melakukan sejumlah pekerjaan. Lee, et al., (1993) menempatkan penjadwalan sebagai komponen sentral dalam proses perencanaan dan pengendalian produksi. Dalam sistem nyata banyak dijumpai pekerjaan-pekerjaan yang harus dijadwalkan dipesan oleh konsumen dalam jumlah tertentu yang biasanya akan memberikan hasil yang lebih baik bila dijadwalkan dengan menggunakan prosedur *batching*.

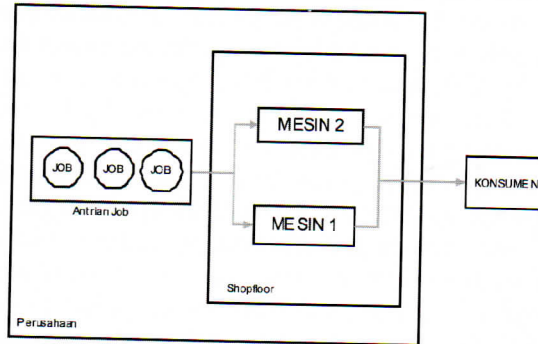
Beberapa peneliti, di antaranya Cheng dan Kovalyov (2001), Hall, et al. (2003), Bukchin dan Masin (2004) serta Dastiar dan Nagi (2004) telah mengusulkan penggunaan kriteria meminimasi *makespan* dalam memecahkan berbagai masalah pada penjadwalan *batch*. *Makespan* didefinisikan sebagai interval waktu antara saat mulai pengerjaan suatu produk sampai saat selesainya. Kriteria ini dianggap sebagai kriteria yang dapat mewakili dua tujuan penjadwalan yaitu untuk memenuhi waktu kirim dan untuk meminimasi penggunaan sumber daya dalam membuat suatu produk [Lee, et al., (1993)].

Motivasi pemecahan masalah penjadwalan *batch* diangkat pada penelitian ini adalah masalah yang terjadi di perusahaan “MR” yang bergerak dalam produksi pakaian jadi berdasarkan pesanan konsumen. Salah satu jenis pesanan adalah baju eksklusif yang dipesan dalam jumlah tertentu dan hanya bisa dibuat oleh dua orang tenaga ahli berpengalaman yang masing-masing mengoperasikan satu unit mesin sewing. Pada kondisi eksisting, perusahaan tidak menggunakan penjadwalan dengan prosedur *batch*. Setiap satu jenis pekerjaan hanya dijadwalkan pada satu orang operator mesin sewing sehingga *lead time manufaktur* menjadi panjang. Kondisi ini dikeluhkan perusahaan karena sering berakibat pada tidak terpenuhinya waktu kirim dan tidak efektifnya penggunaan sumber daya.

## 2.1 Pengembangan Model

### 2.1.1 Sistem Relevan

Sistem yang relevan dalam pembahasan penelitian ini adalah sebagai berikut: misalkan terdapat sebanyak  $n$  Job yang dipesan dalam ukuran *batch* ( $Q$ ). Setiap job akan dijadwalkan pada dua mesin yang homogen. Setiap pesanan yang datang dimungkinkan untuk dibagi kedalam dua buah *batch* yang masing-masing diproses pada mesin satu dan mesin dua. Tujuan yang ingin dicapai adalah meminimasi saat selesai untuk seluruh pesanan (min *Makespan* = min  $C_{max}$ ). Sistem Relevan diilustrasikan dalam Gambar 1.



Gambar 1 Sistem relevan

### 2.1.1 Notasi Matematik

Sesuai dengan kriteria kinerja dan variabel keputusan yang telah ditentukan, maka Notasi yang digunakan didalam model usulan adalah sebagai berikut:

a. Indeks

- $j$  = indek dari  $j(j=1,2,3,\dots,J)$
- $j'$  = indek dari predesesor  $j$
- $m$  = indek untuk mesin ( $m=1,2$ )
- $i$  = indek urutan jadwal

b. Data

- $Q_j$  = jumlah unit *job*  $J$  yang dipesan
- $s_j$  = waktu setup untuk *job*  $J$
- $t_j$  = waktu proses perunit untuk *job*  $J$

c. Variabel Keputusan

- $q_{jm[i]}$  = ukuran *batch* *job*  $j$  yang diproses di mesin  $m$  yang dijadwalkan pada urutan ke- $i$
- $R_{jm[i]}$  = saat mulai *job*  $j$  yang diproses di mesin  $m$  yang dijadwalkan pada urutan ke- $i$
- $C_{jm[i]}$  = saat selesai *job*  $j$  yang diproses di mesin  $m$  yang dijadwalkan pada urutan ke- $i$

### 2.1.2 Model Matematik

$$\min M = C_{\max} \tag{1}$$

Pembatas

$$q_{j1} + q_{j2} = Q_j \tag{2}$$

$$C_{jm} = R_{jm} + (t_j \cdot q_{jm}); \forall j; \forall m \tag{3}$$

$$R_{jm[i]} = C_{j'm[i-1]} + s_j; \forall j; \forall m \tag{4}$$



$$C_{j_{\max}} = \max(C_{j_1}, C_{j_2}); \forall j \quad (5)$$

$$Q_j; q_{jm} > 0 \text{ dan interger}; \forall j; \forall m \quad (6)$$

Persamaan (1) merupakan fungsi tujuan yaitu meminimasi *makespan*. Pembatas (2) merupakan *balancing material* yang menyatakan bahwa jumlah total unit ukuran *batch* pada mesin satu dan dua harus sama dengan *demand*. Pembatas (3) menyatakan hubungan antara saat selesai dengan saat mulai untuk *job* yang sama. Pembatas (4) menyatakan hubungan saat mulai *job* yang dijadwalkan sebagai suksesor dengan saat selesai *job* yang dijadwalkan sebagai *predesesor*. Pembatas (5) menyatakan bahwa nilai *completion* maksimum untuk *job j* adalah maksimal dari nilai *completion job j* yang ada di mesin satu dan mesin dua. Pembatas (6) menyatakan bahwa *demand* dan ukuran *batch* bernilai lebih dari nol dan *integer*.

### 2.1.3 Mencari ukuran batch

$$M_{j1} = M_{j2}$$

$$C_{j1} = C_{j2}$$

$$R_{j1} + (t_j \cdot q_{j1}) = R_{j2} + (t_j \cdot q_{j2})$$

$$C_{[j-1]1} + s_j + (t_j \cdot q_{j1}) = C_{[j-1]2} + s_j + (t_j \cdot q_{j2})$$

$$C_{[j-1]1} + (t_j \cdot q_{j1}) = C_{[j-1]2} + (t_j \cdot q_{j2})$$

$$C_{[j-1]1} + (t_j \cdot q_{j1}) = C_{[j-1]2} + (t_j \cdot Q_j - t_j \cdot q_{j1})$$

$$C_{[j-1]1} + t_j \cdot q_{j1} = C_{[j-1]2} + t_j \cdot Q_j - t_j \cdot q_{j1}$$

$$C_{[j-1]1} + 2t_j \cdot q_{j1} = C_{[j-1]2} + t_j \cdot Q_j$$

$$2t_j \cdot q_{j1} = C_{[j-1]2} - C_{[j-1]1} + t_j \cdot Q_j$$

$$q_{j1} = \frac{t_j \cdot Q_j + C_{[j-1]2} - C_{[j-1]1}}{2t_j}$$

$$q_{jk} = \frac{t_j \cdot Q_j + C_{[j-1]k'} - C_{[j-1]k}}{2t_j}; \forall j; \forall m; k \in m; k' \in m; k \neq k' \quad (7)$$

### 2.1.3 Mencari urutan jadwal mendapatkan solusi

Jika ada jadwal S, dengan *job* diurutkan berdasarkan nilai  $(Q^*t+s)$  terkecil menuju terbesar maka *Makespan* untuk jadwal S adalah

$$M_S = C_{\max, s}$$

$$M_S = f(C_1, C_2, \dots, C_n)$$

kemudian diberikan jadwal S' dengan *job* diurutkan berdasarkan nilai  $(Q^*t'+s')$  terbesar menuju terkecil maka *Makespan* untuk jadwal S' adalah

$$M_{S'} = C'_{\max, s}$$

$$M_{S'} = f(C'_1, C'_2, \dots, C'_n)$$

Hasil pengurangan jadwal  $M_{S'} - M_S$

## Penjadwalan *Batch* pada Dua Mesin Homogen untuk Meminimasi *Makespan*

$$M_S = f(C_1, C_2, \dots, C_n)$$

$$M_{S'} = f(C'_1, C'_2, \dots, C'_n)$$

$$M_S - M_{S'} = f(C_1, C_2, \dots, C_n) - f(C'_1, C'_2, \dots, C'_n)$$

diperoleh  $C < C'$ , berbanding lurus dengan  $(Q^*t+s) < (Q^*t'+s')$

Sehingga jadwal optimal yang meminimasi *makespan* akan diperoleh bila diurutkan dengan aturan nilai  $(Q^*t+s)$  kecil menuju besar.

### 2.1 Perancangan Algoritma Model Usulan Langkah-langkah Algoritma Usulan

Algoritma Usulan untuk masalah *N job 2 mesin* dengan teknik *lot splitting* (LSN2) sebagai berikut:

Langkah 0:

Inisialisasi, Tetapkan himpunan  $U$  sebagai himpunan *Job* yang akan dijadwalkan.  
Lanjutkan ke langkah 1

Langkah 1:

Hitung jumlah job yang akan dijadwalkan ( $N_i$ ). Lanjutkan ke langkah 2

Langkah 2:

Urutkan job berdasarkan nilai  $(Q^*t+s)$  kecil menuju besar. Lanjutkan ke langkah 3

Langkah 3:

Tetapkan  $i=0$ . Lanjutkan ke langkah 4

Langkah 4:

Hitung  $i^*=i+1$ , Jika  $i^*=N_i$ . Lanjutkan ke langkah 8, bila tidak lanjutkan ke langkah 5

Langkah 5:

Jadwalkan job urutan ke- $i$  Hitung *split size*  $q_{jm}[i]$  dengan pembatas (7). Lanjutkan ke langkah 6

Langkah 6:

Hitung *Completion time* job urutan ke- $i$  di mesin 1 dan 2 menggunakan persamaan (3).

Lanjutkan ke langkah 7

Langkah 7:

Tetapkan  $i^*=i$ , kembali ke langkah 4

Langkah 8: STOP

### 2.1 Pengujian dan Analisa Algoritma Contoh Numerik

Diberikan data pesanan tiga buah job sebagaimana diperlihatkan pada Tabel 1.

Tabel 1 Data pesanan dan kondisi proses

Job	Demand	Waktu Proses	Waktu Setup
A	3	2	1
B	4	1	2
C	2	3	1

Perusahaan menginginkan untuk dapat meminimasi *completion time* setiap *job* dan *makespan* secara keseluruhan. Setelah diolah dengan algoritma diperoleh urutan penjadwalan: B-A-C. *Completion time* setiap *job* sebagai berikut:

Completion time job B: 10

Completion time job A: 21

Completion time job C: 36

Makespan = 36

Gant Chart hasil penjadwalan diperlihatkan dalam Gambar 2.



Gambar 2 Gant Chart hasil penjadwalan batch

### Perbandingan dan Analisa dengan penjadwalan makespan eksisting

Bila persoalan pada Tabel 1. diolah tanpa menggunakan prosedur batch (sesuai dengan kondisi eksisting) maka akan menghasilkan nilai completion time perjob sebagai berikut:

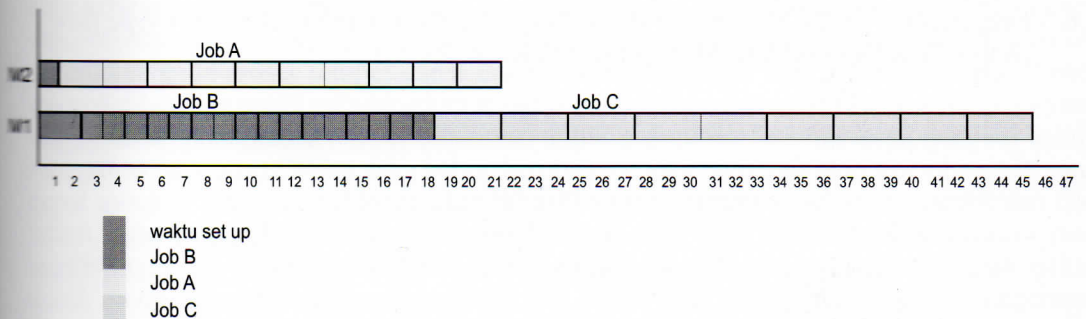
Completion time job B: 17

Completion time job A: 21

Completion time job C: 45

Makespan = 45

Gant Chart hasil penjadwalan diperlihatkan dalam Gambar 3.



Gambar 3 Gant Chart hasil penjadwalan tanpa prosedur batch

Dari perbandingan kedua algoritma penjadwalan, algoritma penjadwalan batch dapat mereduksi makespan sebesar 20%. Completion time untuk Job A dapat direduksi sebesar 41%, Job B 0% dan Job C sebesar 20%. Rata-rata reduksi completion time untuk tiga job sebesar 20%.



### 3 Kesimpulan

Dari hasil pengolahan data dan analisa terhadap model usulan dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model usulan dengan menggunakan algoritma *batch* dapat mereduksi *makespan* hingga 20% bila dibandingkan dengan algoritma tanpa menggunakan prosedur *batching*.
2. Selain mereduksi *makespan*, model usulan dapat mereduksi *completion time* setiap *job* hingga rata-rata 20%.
3. Model algoritma usulan dapat diterapkan pada kasus perusahaan "MR".

### 4 Saran

1. Model usulan disarankan untuk digunakan dalam menyelesaikan masalah penjadwalan *batch* bagi perusahaan "MR".
2. Perlunya pengembangan terhadap model usulan untuk kasus penjadwalan *batch* pada *m* mesin atau pada kasus mesin heterogen
3. Perlunya pengembangan pada kriteria performansi penjadwalan yang lain

### Daftar Pustaka

1. Baker, K. R. (1974) *Introduction of Sequencing and Scheduling*. Willey, New York.
2. Bukchin, J., Masin, M. (2004) *Multi Objective lot-splitting for a single product m-machine flowshop line*. IIE Transactions, 36, 191-202.
3. Cheng, T. C. E., Kovalyov, M. Y. (2001) *Single machine batch scheduling with sequential job processing*. IIE Transactions 33, 413-420.
4. Dastiar, G. D., Nagi, R. (2004) *Batch splitting in assembly scheduling environment*. International Journal Production Economic, 105, 372-384.
5. Hall, et al. (2003) *Scheduling and lot streaming in flowshops with no-wait in process*. Journal of Scheduling, 6, 339-354.
6. Lee, et, all., (1993) *Minimizing the makespan in the 3-machine Assembly-type flow shop scheduling problem*. Management Science, 39, 5, 616.